Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра Моделирования социально-экономических систем

Квасной Максим Андреевич

Магистерская диссертация

Оценка рисков геополитической деятельности

Направление 03.04.01

Прикладная математика и физика

Магистерская программа Информационные и ядерные технологии

Научный руководитель:

Профессор, д.-ф. м. н.,

Малафеев О. А.

Санкт-Петербург

2018

Оглавление

Введение

В процессе экономической деятельности фирмы, государства или иного социально-экономического субъекта, а также в более широком плане в процессе геополитического взаимодействия нескольких геополитических акторов возникает риск неуспешного проведения геополитического мероприятия, риск неудачной экономической деятельности субъекта. При этом возникает естественным образом задача оценки такого рода риска. В современной экономической теории риск считается измеримой величиной и поддается количественной оценке, определяемой как вероятность неблагоприятного исхода. В данной работе предлагается формализованное описание и анализ возможных ситуаций возникновения риска и процедур его оценки.

В данное время протекают геополитические войны между странами, которые постоянно взаимно пытаются дестабилизировать положение партнера, к примеру США, и Сирия.

Каждый геополитический актор организует геополитические мероприятия для воздействия на партнера. Под деятельностью геополитического актора будем понимать его повторное воздействие на партнера путем проведения геополитических мероприятий. При повторном проведении геополитического мероприятия имеется вероятность уменьшения его эффективности воздействия. Это происходит вследствие накопления опыта противодействия у партнера.

В данной работе определяется понятие кумулятивного снижения эффективности воздействия, как необратимое ухудшение (уменьшение) характеристик геополитического мероприятия вследствие воздействия на партнера. Это приводит к риску снижения дохода с течением времени. Тем самым кумуляция снижения эффективности воздействия геополитического мероприятия играет существенную роль в планировании геополитических мероприятий.

Глава 1. Обзор литературы

В статье [1] риск трактуется как возможность появления экономических потерь при наступлении неблагоприятных событий. Риск как неотъемлемый элемент социальной, экономической, и политической жизни общества неизбежно сопровождает все направления и сферы деятельности любых функционирующих организаций. Прогнозирование факторов, угрожающих полноценному функционированию и развитию организаций и планирование предупреждающих их мероприятий, позволяет организациям понести минимальный ущерб в результате наступления рисковых событий.

При исследовании поставленной цели работы были изучены научные труды зарубежных и отечественных авторов, внесших значительный вклад в исследование рисков и методов их минимизации в различных предметных областях. В статье [2] показана необходимость оценки рисков инвестиционных проектов в российской приборостроительной промышленности. В книге [3] рассмотрены методы управления предприятиями в условиях рыночной экономики и показаны способы оценки рисков деятельности предприятий. Авторами книги [9] представлен инструментарий теории игр, используемый при анализе международных отношений и глобальной безопасности, а также методы моделирования геополитической динамики. Кроме того, авторами книги [9] формализован геополитический потенциал игроков-акторов и их конфликтного взаимодействия, что позволяет определить оптимальную траекторию развития предполагаемых геополитических процессов.

При построении модели оценки рисков геополитической деятельности в данной дипломной работе использовалась теория марковских цепей, описанная в [5], [6] и [26].

Источниками, раскрывающими основы экономической теории, явились книги [7] и [8].

Глава 2. Цель и задачи работы

Целью данной работы является построение модели кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитических мероприятий при наличии экстраординарных мероприятий, проводимых геополитическим партнером и, содержащей как можно меньше параметров и в то же время включающей основные переменные, позволяющие охватить явление с разумной полнотой, оставаясь при этом простой и удобной. Применение такой модели позволит спрогнозировать необходимую замену геополитических мероприятий.

В соответствии с целью работы перед автором были поставлены следующие задачи:

1. Описать качественные характеристики кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитического мероприятия.
2. Формализовать понятие экстраординарного мероприятия.
3. Построить стохастическую модель кумулятивного снижения эффективности.

Глава 3. Качественные характеристики процесса кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитических мероприятий

Рассматривается следующая ситуация: геополитический актор функционирует, например, с периодом в один месяц, год или два года. Во время повторения геополитических мероприятий могут происходить необратимые изменения в эффективности воздействия производимых геополитических мероприятий. Они аккумулируются до тех пор, пока геополитическое мероприятие уже не может удовлетворительно выполняться, причем в этом случае говорят, что геополитическое мероприятие деактивируется.

Под деактивацией геополитического мероприятия понимается его приостановка или замена другим более эффективным геополитическим мероприятием до восстановления эффективности воздействия геополитического мероприятия на партнера. Промежуток времени до деактивации геополитического мероприятия называется временем активности данного геополитического мероприятия.

Рассмотрим в качестве примера отдельное геополитическое мероприятие. Определим теперь эффективность его воздействия на партнера в различные промежутки времени. По мере воздействия на партнера, в процессе взаимодействия, постепенно снижается эффективность воздействия геополитического мероприятия. Будем регистрировать у отслеживаемого геополитического мероприятия в различные моменты времени снижение эффективности процесса воздействия на партнёра. Когда некоторый параметр достигнет предписанного значения, геополитический актор принимает решение деактивировать геополитическое мероприятие.

Для нахождения времени своевременной вынужденной деактивации геополитического мероприятия введем вспомогательную функцию d_t, определяющую аккумуляцию снижения эффективности воздействия геополитического мероприятия на партнёра со временем. Пусть d_f – это значение d_t в момент деактивации геополитического мероприятия.

Изменение d_t одного из геополитических мероприятий как функции времени показано на (рис. 1). Величина t_1 определяет время, при котором $d_{t_1} = d_f$. Отслеживание другого геополитического мероприятия даст другую функцию (рис. 2-3).

Рис. 1 Выборочная функция кумулятивного снижения эффективности d_t, до деактивации при d_f.

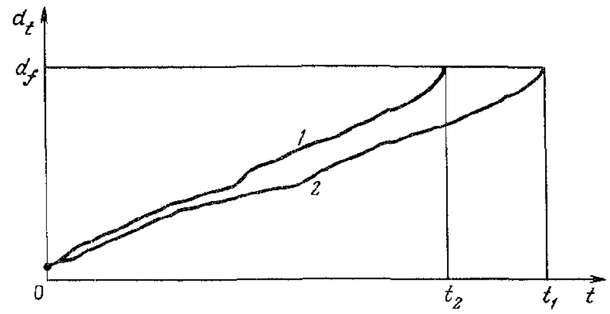

Рис. 2. Две выборочные функции кумулятивного снижения эффективности d_t до деактивации при d_f.

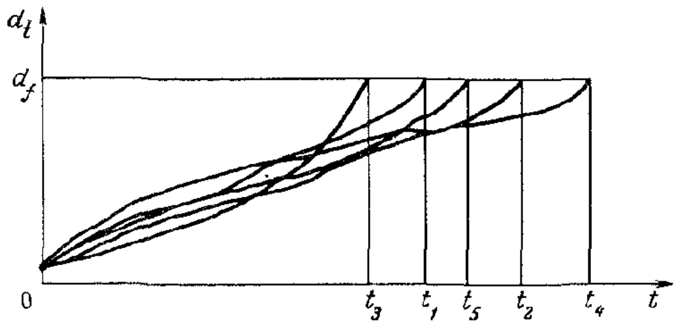

Рис. 3. Пять выборочных функций кумулятивного снижения эффективности d_t до деактивации при d_f.

Положим t равным числу повторений воздействующего геополитического мероприятия на партнёра. Кривые d_t называются выборочными функциями процесса кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитического мероприятия на партнёра, вводимого геополитическим актором. Каждое геополитическое мероприятие имеет свою выборочную функцию, их столько, сколько геополитических мероприятий (рис.3). Вероятность совпадения двух выборочных функций пренебрежимо мала из-за неизбежного разброса условий воздействия на партнера и разного уровня сложности работы в времени проведения геополитического мероприятия.

Времена деактивации геополитических мероприятий $t_1, t_2, \ldots, t_n$ в общем случае также различны из-за неизбежного разброса параметров геополитических акторов, однако, поскольку значение интервала измерения t конечно, некоторые из $t_1, t_2, \ldots, t_n$ могут совпадать.

Разные типы выборочных функций по-разному описывают процесс аккумуляции снижения эффективности воздействия геополитического мероприятия (см рис. 4). Например, у различных геополитических мероприятий имеется различный уровень качества проведения, что приводит к разным величинам d_0. Различные факторы, например, непредвиденные действия партнера могут вызвать деактивацию при разных d_f.

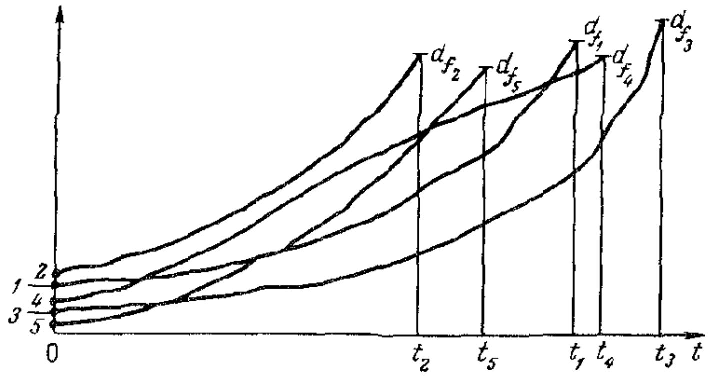

Рис. 4. Пять выборочных функций снижения уровня эффективности воздействия d_t до деактивации для различных значений d_j и начальных уровней эффективности воздействия.

На рис. 5. представлен еще один тип выборочных функций. Имеется короткий период воздействия геополитическим мероприятием на партнера, в течение которого уровень кумулятивного снижения эффективности воздействия (например, ответных мер партнера, над которым производится воздействие) быстро накапливается. После этого периода кумуляция снижения уровня эффективности воздействия геополитического мероприятия происходит с постоянной интенсивностью, что легко просматривается в постоянном наклоне выборочной функции. В третьем периоде вновь наблюдаются быстрый рост аккумулирования уровня снижения эффективности воздействия вплоть до деактивации.

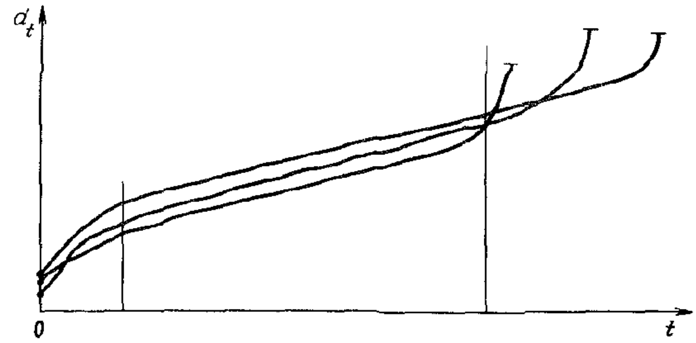

Рис. 5. Другой тип выборочных функций аккумуляции снижения эффективности воздействия.

Для обеспечения, насколько это возможно, эффективного воздействия в течение повторного функционирования геополитического мероприятия часто используют процедуры отслеживания и приостановки геополитического мероприятия для восстановления эффективности воздействия или замены более эффективным геополитическим мероприятием. На (рис. 6) показаны выборочные функции для случая, когда значение кумуляции снижения эффективности воздействия, превосходящее d_i (момент преждевременной деактивации), обязательно фиксируется при регулярных по времени проверках и деактивируется. Например, не всегда регистрация текущих результатов геополитического мероприятия может зафиксировать снижение эффективности воздействия, превосходящее d_i. Если такой разброс результатов отслеживания имеет место, он должен быть учтен в модели.

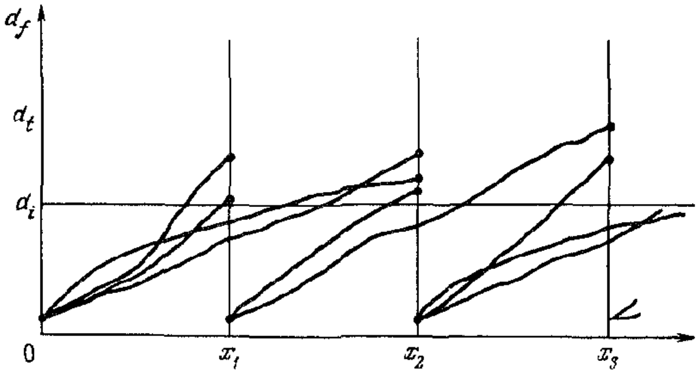

Рис. 6. Выборочные функции аккумуляции снижения эффективности воздействия при контроле и деактивации для восстановления эффективности воздействия в момент времени $x_1, x_2, \ldots$.

В некоторых случаях, для геополитических мероприятий, возможно получение детальных выборочных функций, поскольку представляющая интерес кумуляция снижения эффективности воздействия – отслеживается легко и с любой частотой. Это остается справедливым и для других случаев снижения эффективности воздействия. Методы отслеживания не дают возможности выявить снижение эффективности воздействия геополитического мероприятия на партнера, если эффективность воздействия не превосходит определенного значения. Это означает, что поведение выборочной функции для процесса кумулятивного снижения эффективности воздействия не определяется вплоть до первой ощутимой разницы приносимой прибыли. После этого наблюдаемым параметром выборочной функции становится количество приносимого дохода.

Изложенное выше позволяет сделать следующие выводы о процессе кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитического мероприятия на партнера.

- Воздействие геополитического мероприятия на партнера может быть повторяющимся.
- Начальное значение эффективности воздействия на партнера геополитического актора может быть случайным.
- Величина снижения эффективности воздействия на партнера геополитического актора при деактивации может быть случайной.

- Аккумуляция снижения эффективности воздействия геополитическим мероприятием на партнера в рамках одного геополитического мероприятия неубывающее – случайное значение.
- Если начальный рост выборочной функции медленный, то изменение начального уровня снижения эффективности воздействия сильно влияет на период функционирования геополитического мероприятия t_j' (рис. 7).
- Если подъем выборочной функции в ее конце до момента деактивации быстрый, то изменение уровня снижения эффективности воздействия геополитическим мероприятием на партнера при деактивации (рис. 7) мало влияет на период функционирования геополитического мероприятия t_j'.
- Величины t_j в условиях изменения начальных уровней эффективности воздействия и критериев деактивации определяются поведением выборочных функций.

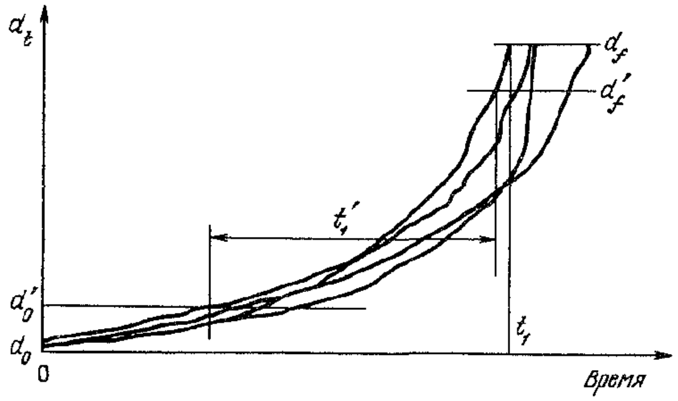

Рис. 7. Выборочные функции аккумуляции снижения эффективности воздействия, иллюстрирующие влияние изменения начального и конечного (d_f) уровня эффективности воздействия на время до деактивации.

Использование выборочных функций дает мысленную картину кумуляции уровня снижения эффективности воздействия геополитическим мероприятием на партнера во времени, которую легко понять. Этот способ использован в иллюстративных целях в книге Е.Д. Соложенцева [27], где он детально описывает свойства выборочных функций. В следующей главе вводится и анализируется модель экстраординарного мероприятия.

Глава 4. Модель экстраординарного мероприятия

Под понятием экстраординарного мероприятия будем понимать следующее: в процессе геополитического взаимодействия акторов могут возникнуть ситуации, при которых результат внезапного (экстраординарного) мероприятия, произведенного партнером подвергнутого данному воздействию может оказать чрезвычайно сильное влияние на геополитическое мероприятие, значительно изменить его характеристики, определяющие его функциональность.

Будем рассматривать повторяющийся период функционирования геополитического мероприятия, в течение которого может аккумулироваться уровень снижения эффективности воздействия на партнера. Время x измеряется числом такого рода повторений и дискретно, т.е. $x = 0, 1, 2, \dots$.

Положим также, что уровни аккумуляции снижения эффективности воздействия геополитическим мероприятием на партнера тоже дискретны с состояниями $d = 1, 2, \dots, b$, где состояние b означает необходимость в деактивации геополитического мероприятия.

Можно полагать, что кумулятивное снижение эффективности воздействия геополитическим мероприятием на партнера может моделироваться процессом с конечными состояниями и дискретным временем.

Пусть при $x = 0$ уровень снижения эффективности воздействия находится в состоянии $d = 1$ и партнер вводит против геополитического мероприятия экстраординарное мероприятием. Если уровень экстраординарного мероприятия ниже некоторого критического уровня (значения), то снижение эффективности воздействия геополитического мероприятия на партнера не возникает, в противном случае возникает единичное снижение эффективности воздействия. Теперь введем случайность в эту модель.

Обозначим вероятность того, что уровень экстраординарного мероприятия вводимого геополитическим партнером на которого производится воздействие геополитическим мероприятием ниже критического уровня, через p_1, и пусть $q_1 = 1 - p_1$ – вероятность того, что уровень экстраординарного мероприятия выше критического уровня, при условии, что (в обоих случаях) первоначальный уровень снижения эффективности находился в состоянии $d = 1$. Примем, что до момента первого выхода уровня экстраординарного мероприятия за критический уровень реализуется последовательность независимых испытаний [28] – схема Бернулли, где q_1 – вероятность «успеха» в одном испытании.

Начальный уровень эффективности геополитического мероприятия находится в момент $x = 0$ в состоянии $d = 1$ и остается в нем до момента первого выхода экстраординарного мероприятия за критический уровень, после чего уровень снижения эффективности воздействия переходит в состояние $d = 2$. Отметим, что здесь p_1 и q_1 не зависят от x.

Примем теперь, что уровень аккумуляции снижения эффективности воздействия перешёл в состояние $d = 2$. Пусть p_2 - вероятность непревышения выхода экстраординарного мероприятия за критический уровень, а $q_2 = 1 - p_2$ –

вероятность выхода экстраординарного мероприятия за критический уровень при условии, что уровень снижения эффективности воздействия находится в состоянии $d = 2$. Положим, что p_2 и q_2 зависят только от факта нахождения уровня снижения эффективности воздействия в состоянии $d = 2$ и не зависят от того, каким образом процесс возрастания уровня снижения эффективности перешёл в состояние $d = 2$ из состояния $d = 1$. Таким образом исследуемый процесс можно рассматривать как марковский. После входа во второе состояние $d = 2$ уровень снижения эффективности воздействия находится в нем до момента выхода экстраординарного мероприятия за критический уровень, после чего процесс возрастания уровня снижения эффективности воздействия переходит в состояние $d = 3$ и т.д.

В изложенном выше описании состояния уровня кумулятивного снижения эффективности воздействия $j = 1, \dots, b-1$ являются целыми числами. В случае, когда процесс аккумуляции снижения эффективности воздействия имеет наблюдаемый параметр, состояние модели будет функцией этого параметра.

Модель экстраординарного воздействия позволяет дать описание модели кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитического актора на его партнера посредством проведения этим партнером экстраординарного мероприятия, снижающего эффективность воздействия на него вышеупомянутого геополитического мероприятия.

Перейдем к рассмотрению нескольких частных случаев. Пусть $1 > p_1 > p_2 > \cdots > p_{b-1}$ или, что эквивалентно $q_1 < q_2 < \cdots < q_{b-1}$. Эти условия означают, что вероятность превышения уровня экстраординарного мероприятия критического значения увеличивается по мере увеличения номера состояния уровня кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитическим мероприятием на партнера. Если, наоборот, принять, что $q_1 > q_2 > \cdots > q_{b-1}$, то эта способность увеличивается с ростом номера состояния уровня снижения эффективности воздействия на партнера геополитического актора. Наконец, при условии $q_1 = \cdots = q_{b-1}$ способность сопротивляться увеличивающемуся уровню снижения эффективности воздействия не зависит от номера состояния.

p_j, q_j являются условными вероятностями:

$$p_j = \text{Вер}\,\{\text{остаеться в стостоянии } j |\ \text{находится в состоянии } j\},$$
$$q_j = \text{Вер}\,\{\text{перейти в стосяние } j+1 |\ \text{находится в сотоянии } j\}.$$

Во всех случаях p_j, q_j определяют эволюцию процесса возрастания уровня снижения эффективности воздействия геополитическим мероприятием на партнера из состояния $d = 1$ в состояние $d = b$.

Предположение о том, что p_j, q_j не зависят от x, означает, что уровень снижения эффективности воздействия на партнера, за счет, применения данным партнером экстраординарных мероприятий, не меняется с изменением параметра x.

Отметим, что условие: уровень снижения эффективности находился в состоянии $d = 1$» правдоподобно, если все геополитические мероприятия тщательно подготовлены и без задержек проводятся. Если, с другой стороны, подготовка не была безупречной или если геополитическое мероприятие немедленно не может быть осуществлено, то предположение о том, что первоначально уровень снижения эффективности находился в состоянии $d = 1$, является нереалистичным. Существование разброса первоначального уровня эффективности воздействия на партнера геополитического актора учитывается в рамках модели для придания большей реалистичности. Пусть вероятность распределения начального состояния эффективности воздействия на партнера геополитического актора имеет вид:

$$\pi_j = \text{Вер}\left\{\begin{matrix}\text{Первоночальный уровень воздействия} \\ \text{находится в состоянии } j\end{matrix}\right\}, \qquad j = 1, 2, \dots, b-1;$$

$$\pi_b = 0, \qquad \sum_1^b \pi_j = 1$$

Условие $\pi_b = 0$ означает, что первоначально ни один из геополитических мероприятий не находится в состоянии деактивации b. Таким образом, распределение вероятностей

$$p_0 = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{b-1}, 0\}$$

позволяет учесть разброс первоначального уровня эффективности воздействия на партнера геополитического актора до начала работы.

В большом числе ситуаций невозможно дать такое точное определение состояния, соответствующего деактивации геополитического мероприятия. Это имеет место, например, если в состоянии j партнер организует сильное экстраординарное мероприятие, противодействующее геополитическому мероприятию воздействующего на него, это приводит к состоянию деактивации геополитического мероприятия. В этом случае полагаем:

$$\varrho_j = \text{Вер}\,\{\text{Деактивация } \mid \text{в состоянии } j\}.$$

Тогда распределение вероятностей

$$\rho = \{0, \varrho_2, \dots, \varrho_b\}, \quad \sum_1^b \varrho_j = 1$$

показывает, как заданы события деактивации на состояниях $j = 1, 2, \dots, b$.

Отметим, что переход в состояние b, из любого другого состояния j осуществляется с положительной вероятностью. Таким образом, модель способна учитывать разброс моментов преждевременной деактивации.

Используя описанную модель экстраординарного мероприятия следующим образом обобщим изложенное выше.

1. Качество подготовки геополитических мероприятий является источником разброса снижения уровня эффективности воздействия данного мероприятия на партнера.

2. Состояния среды (внешние условия) воздействия также влияют на разброс снижения эффективности воздействия данного мероприятия на партнера.

3. Третьим источником разброса снижения эффективности воздействия данного мероприятия на партнера является состояние (его номер) мероприятия, в котором геополитический актор деактивирует геополитическое мероприятие.

Глава 5. Стохастическая модель кумулятивного снижения эффективности воздействия геополитических мероприятий

5.1 Кумулятивное снижение эффективности воздействия геополитических мероприятий.

Время x дискретно, $x = 0, 1, 2, \dots$.

Предложенная модель кумулятивного снижения эффективности является марковским процессом (дискретные время и состояния). Аккумулирование снижения эффективности воздействия на партнера характеризуется посредством экстраординарного мероприятия.

Пусть случайная величина D_0 обозначает состояние эффективности воздействия на партнера геополитического актора геополитическим мероприятием, в котором находится геополитический мероприятие в момент времени $x = 0$. Начальное распределение вероятностей p_0 на состояниях эффективности воздействия на партнера геополитического актора при $x = 0$ задается вектор-строкой:

$$p_0 = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{b-1}\},$$
$$P\{D_0 = j\} = \pi_j \geq 0, \quad \sum_{1}^{b-1} \pi_j = 1. \tag{1}$$

Здесь подразумевается, что ни одно геополитическое мероприятие не начинается в состоянии деактивации, поскольку принято, что $\pi_b = 0$.

С каждым повторением геополитического мероприятия ассоциируется одна и та же матрица переходных вероятностей P. Переход возможен только из заданного состояния в верхнее смежное, т.е. матрица должна иметь вид:

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & q_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & q_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & q_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{b-1} & q_{b-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где $1 > p_j > 0, p_j + q_j = 1$, p_j – вероятность остаться в состоянии j за один шаг; q_j – вероятность перехода к уровню снижения эффективности за один шаг из состояния j в состояние $j + 1$. Из условия (2) вытекает то, что все состояния снижения эффективности воздействия $1, \dots, b - 1$ – переходные, а состояние b – состояние деактивации (конечное).

Пусть случайная величина D_x обозначает состояние кумулятивного снижения эффективности в момент x, и

$$P\{D_x = j\} = p_x(j), \quad j = 1, 2, \dots, b. \tag{3}$$

Здесь $p_x(j) \geq 0$, $\sum_1^b p_x(j) = 1$; таким образом, $p_x(j)$ образует матрицу переходных вероятностей P в момент x для состояний снижения эффективности $1, \dots, b$. Для представления этой матрицы переходных вероятностей используем вектор-строку

$$p_x = \{p_x(1), \dots, p_x(b)\}. \tag{4}$$

Из теории марковских цепей известно, что

$$p_x = p_0 P^x = p_{x-1} P, \quad x = 0, 1, 2, \dots . \tag{5}$$

Здесь $P^0 = I$, где $I -$ единичная матрица.

Рассмотрим график соотношения (5) на рис. 8, где вертикальные отрезки обозначают $P_x(j)$, причем x изменяется с постоянным шагом по оси времени. Форма графика зависит, естественно, от p_0 и от p_j. Картина, изображенная на рис. 8, передает основные черты динамики переноса вероятности. $p_x(b)$ является интегральной функцией распределения во времени x ($p_x(b) = 1$ при $x \to \infty$), поскольку весь вероятностный вес в пределе приходит в состояние b и там остается. Отметим, что $p_x(j)$ есть вероятность того, что D_x находится в состоянии j в момент x; она не является интегральной функцией распределения, поскольку $p_x(j) = 0$ при $x \to \infty$.

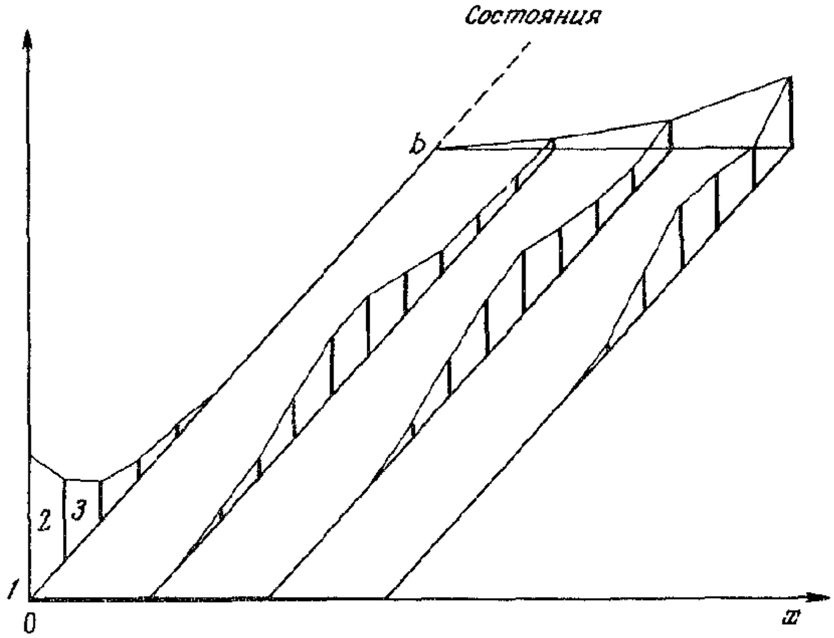

Рис. 8. Эволюция вероятностно весовой функции аккумуляции снижения эффективности

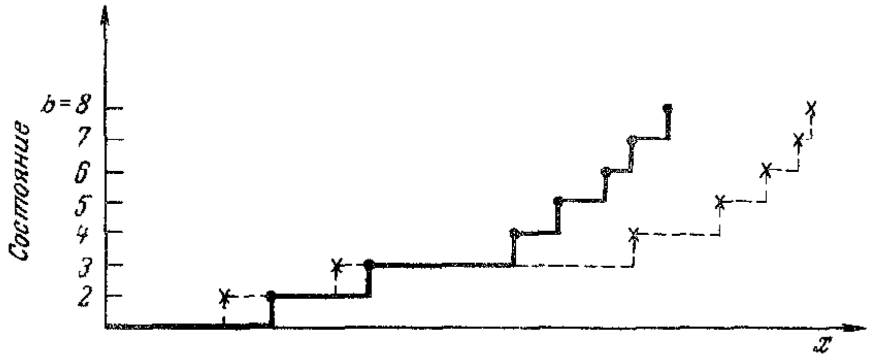

Рис. 9. Некоторые выборочные функции аккумуляции снижения эффективности

Вернёмся к формуле (5). При известных p_0 и P используем эту формулу для вычисления $p_x = \{p_x(1), \dots, p_x(b)\}$.

Интегральная функция распределения времени деактивации W_b в состоянии $b(\varrho_b = 1)$ есть $p_\lambda(b)$. Таким образом, в модели кумулятивного снижения эффективности воздействия на партнера геополитического актора, W_b становится временем до момента деактивации. Интегральная функция распределения W_b определяется формулой

$$F_w(x; b) = P\{W_b \le x\} = p_x(b), \;\; x = 0, 1, 2, \dots . \tag{6}$$

Вероятность успешности исхода $\tilde{F}_w(x;\ b)$ есть

$$\tilde{F}_w(x; b) = 1 - F_w(x; b), \quad x = 0, 1, 2, \dots . \tag{7}$$

Функция интенсивности деактиваций $h_w(x;\ b)$

$$h_w(x;\ b) = 1 - \frac{\tilde{F}_w(x;\ b)}{\tilde{F}_w(x-1;\ b)}, \quad x = 1, 2, \dots . \tag{8}$$

Мат. ожидание и дисперсия случайной величины W_b равны (обозначим через var дисперсию)

$$E\{W_b\} = \sum_0^\infty \tilde{F}_w(x;\ b), \tag{9}$$

$$varW_b = 2\sum_0^\infty x\tilde{F}_w(x;\ b) + E\{W_b\} - [E\{W_b\}]^2.$$

Вероятность того, что снижение эффективности воздействия на партнера геополитического актора D_x находится в состоянии j в момент x, определяется, как и ранее, величинами

$$P\{D_x = j\} = p_x(j), \quad j = 1, \dots, b, \tag{10}$$

и интегральные функции распределения случайно величины D_x равны

$$F_D(j;\ x) = P\{D_x \le j\} = \sum_{k=1}^{j} p_x(k), \ j = 1, \dots, b. \tag{11}$$

Мат. ожидание и дисперсию случайной величины D_x суть

$$E\{D_x\} = \sum_{j=1}^{b} j p_x(j), \ \ varD_x = \sum_{j=1}^{b} j^2 p_x(j) - [E\{D_x\}]^2. \tag{12}$$

Таким образом, уравнение (5) позволяет получить результаты, необходимые для определения основной вероятностной информации для модели кумулятивного снижения эффективности воздействия на партнера геополитического актора геополитическим мероприятием, в которой наступление деактивации определяется моментом перехода в состояние b.

Итак, введены и описаны основные понятия, построены функции, характеризующие стохастическую модель кумулятивного снижения эффективности воздействия посредством введения партнером экстраординарного мероприятия против геополитического мероприятия.

5.2 Модель кумулятивного снижения эффективности при условии, что эффективность может измениться в любом состоянии

Пусть

$$\pi_j \ge 0, \qquad j = 1, \dots, k \le b-1; \ \sum_{1}^{k} \pi_j = 1. \tag{13}$$

Случайная величина $W_{j,b}$ есть время, необходимое для достижения состояния b из состояния j, она определяется уравнением

$$W_{j,b} = T_j + T_{j+1} + \cdots T_{b-1}. \tag{14}$$

Здесь T_j обозначает время пребывания в состоянии j. В свою очередь, p_j в матрице P, согласно (2), есть вероятность того, что снижение эффективности воздействия на партнера геополитического актора геополитическим мероприятием при одном воздействии останется в состоянии j при условии, что он находится в этом состоянии перед повторением геополитического мероприятия, и что q_j есть вероятность перехода в состояние $j+1$ за одно повторение при условии, что эффективность воздействия на партнера геополитического актора геополитическим мероприятием находилась в состоянии j перед повторением геополитического мероприятия. Пусть повторение использования геополитического мероприятия образует последовательность испытаний Бернулли до тех пор, пока процесс не перейдет в состояние $j+1$. Отсюда сразу следует, что

$$P\left[T_j = x\right] = q_j p_j^{x-1}, \quad x = 1, 2, \ldots,$$

Используя приведенные выше распределения, найдем, что геометрическое преобразование интегральной функции распределения $F_w(x;\ j, b)$ для $W_{j,b}$ имеет вид

$$\psi_W(z; j, b) = \frac{q_j \ldots q_{b-1} z^{b-j}}{\left(1 - p_j z\right) \ldots (1 - p_{b-1} z)(1 - z)}. \tag{15}$$

Преобразованная вероятностная весовая функция $p_w(x; 1, b)$ равна

$$\phi_w(z; 1, b) = (1 - z)\psi_w(z; 1, b). \tag{16}$$

Полагая

$$1 > p_1 > p_2 > \cdots > p_{b-1} > 0,$$

Можно получить следующее соотношение см. [28]

$$F_W(x; j, b) = 1 = g_j(j, b) p_j^x + \cdots + (-1)^{b-j} g_{b-1}(j, b) p_{b-1}^x. \tag{17}$$

где

$$g_1(1, b) = \frac{q_2 q_3 \ldots q_{b-2}}{(p_1 - p_2)(p_1 - p_3) \ldots (p_1 - p_{b-1})},$$

…………………………………………………………………

$$g_j(1, b) = \frac{q_1 q_2 \ldots q_{j-1} q_{j+1} \ldots q_{b-1}}{(p_1 - p_j)(p_2 - p_j) \ldots (p_{j-1} - p_j)(p_j - p_{j+1}) \ldots (p_j - p_{b-1})}, \tag{18}$$

…………………………………………………………………

$$q_{b-1}(1, b) = \frac{q_1 q_2 \ldots q_{b-2}}{(p_1 - p_{b-1})(p_2 - p_{b-1}) \ldots (p_{b-2} - p_{b-1})}.$$

Ясно, что

$$F_w(x; 1, b) = 0 \text{ при } x = 0, 1, \ldots, b - 1, \tag{19}$$

поскольку, нельзя перейти в состояние b из состояния 1 менее чем за $b-1$ шагов. Функция обратная (16), дает вероятностную весовую функцию $p_w(x; 1, b)$ для $W_{1,b}$. Соотношение

$$p_w(x;1,b) = q_1 g_1(1,b) p_1^{x-1} - \cdots + (-1)^{b-1} q_{b-1} g_{b-1}(1,b) p_{b-1}^{x-1}. \quad (20)$$

Уравнение (20) можно получить, см [28] из соотношения (21)

$$p_w(x;1,b) = F_w(x;1,b) - F_w(x-1;1,b). \quad (21)$$

Для тех же x, что и в (19), вероятность $p_w(x;1,b)$ равна нулю.

Интегральная функция распределения описывается уравнением (17), размер ее переходов при каждом x дается выражением (21); она постоянна между соседними переходами и непрерывна справа при каждом переходе.

Будем рассматривать функцию $F_W(x;\ j,b)$ как условную по отношению к j. Используя теорему о полной вероятности, получим

$$\psi_W(z,b) = \sum_{1}^{b-1} \pi_j \psi_W(z;j,b). \quad (22)$$

Преобразование, обратное $\psi_W(z;\ b)$, есть $F_W(x,b)$, а функция, обратная $\psi\_W(z;\ j,b)$, есть $F_W(z;\ j,b)$. Поэтому применение обратного преобразования к равенству (22) дает

$$F_W(x;b) = \sum_{1}^{b-1} \pi_j F_W(x;j,b). \quad (23)$$

Аналогичным способом находим, что

$$F_W(x;j) = \sum_{k=1}^{j-1} \pi_k F_W(x;k,j). \quad (24)$$

Рассмотрим, что означает равенство (24) с позиций сделанных замечаний. Величина $W_{j,b}$ является случайной, означающей время первого достижения процессом снижения эффективности воздействия на партнера геополитического актора геополитическим мероприятием состояния b, когда $D_0 = j$. Величина W_b в формуле (23) означает время первого снижения эффективности воздействия на партнера геополитического актора геополитическим мероприятием в момент $x = 0$. Таким образом, можно записать равенство (23) в форме

$$P\{W_b \le x\} = \sum_{k=1}^{b-1} \pi_k P\{W_{k,b} \le x\}. \quad (25)$$

Из формулы (13) следует, что $\sum_{k=1}^{b-1} \pi_k = 1$, и поскольку величины $P\{W_{k,b} \le x\}$ являются интегральными функциями распределения и стремятся к единице при

$x \to \infty$, то функция в левой части уравнения (23) является интегральной функцией распределения. Заменим теперь в равенстве (25) b на j, в результате чего получим

$$P\{W_j \le x\} = \sum_{k=1}^{j-1} \pi_k P\{W_{k,j} \le x\}. \tag{26}$$

Из этого уравнения можно заключить, что W_j являются случайными величинами, которые обозначают время первого достижения j, независимо от того, в каком из состояний $1, 2, \dots, j-1$ находился процесс при $x = 0$.

Можно показать см [28], что

$$E\{W_b\} = \sum_{j=1}^{b-1} \pi_j E\{W_{j,b}\}, \qquad E\{W_b^2\} = \sum_{j=1}^{b-1} \pi_j E\{W_{j,b}^2\}, \tag{27}$$
$$var\ W_b = E\{W_b^2\} - (E\{W_b\})^2,$$

где

$$E\{W_{j,b}\} = \sum_{k=j}^{b-1} (1 + r_k) = (b - j) + \sum_{k=j}^{b-1} r_k,$$
$$E\{W_{j,b}^2\} = (b-j)^2 + (2(b-j)+1) \sum_{k=j}^{b-1} r_k + \sum_{k=j}^{b-1} r_k^2 + \left(\sum_{k=j}^{b-1} r_k\right)^2. \tag{28}$$

Если $p_1 = p_2 = \cdots p_{b-1} = p$, так что $r_j = \frac{p}{q} = r$, то получим

$$E\{W_b\} = (b - p_0)(1 + r), \qquad var\ W_b = (b - \bar{p}_0) r(1 + r) + \sigma_{p_0}^2 (1 + r)^2, \tag{29}$$

где

$$\bar{p}_0 = \sum_{j=1}^{b-1} j\pi_j, \qquad \sigma_{p_0}^2 = \sum_{j=1}^{b-1} j^2 \pi_j - p_0^2. \tag{30}$$

В данном разделе рассмотрены моменты и распределения для простой модели экстраординарного мероприятия и матрицами переходных вероятностей типа (2). Важнейшие свойство этой модели: модель можно развить путем введения начального вероятностного распределения на множестве уровней снижения эффективности воздействия геополитического мероприятия.

Глава 6. Иллюстративный пример

Рассмотрим следующий иллюстративный пример. Возьмем серию из 32 геополитических мероприятия проводимых геополитическим актором по отношению к его партнеру. Эта серия описывает процесс кумулятивного повышения уровня снижения эффективности воздействия посредством проведения противодействующих экстраординарных мероприятий, проводимых партнером, подвергающемуся воздействию геополитическими мероприятиями, с параметрами $\pi_j > 0, \varrho_b = 1, r_j = r_1$, при $j = 1, \dots, k-1$, и $r_j = r_2$ при $j = k, \dots, b-1$. Здесь $\pi_j > 0$ означает, что аккумуляция снижения эффективности воздействия геополитических мероприятий может измениться на любом шаге повторения геополитического мероприятия, а $\varrho_b = 1$, то есть при переходе на последний уровень снижения эффективности геополитическое мероприятие деактивируется.

Иллюстративные данные по длительности воздействия геополитическими мероприятиями на партнера геополитического актора приведены в таблице.

12	46	46	42	16	39	60	59
13	39	67	43	14	50	51	42
30	48	55	45	24	40	65	39
41	46	70	36	41	58	73	42

Таблица данных о длительности воздействия геополитическими мероприятиями

Пример функции распределения кумуляции снижения эффективности одного из геополитических мероприятий, где количество повторений равно 73, показан на рисунке. (рис.10)

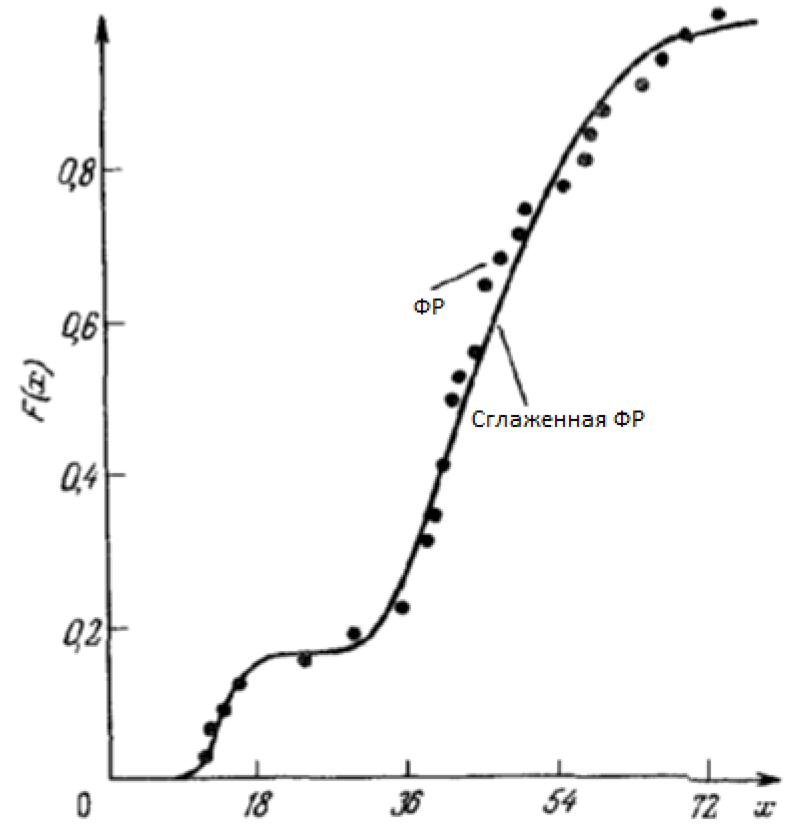

Рис. 10. Исходная (точка) и сглаженная функция распределения длительности функционирования геополитического мероприятия.

Пусть π_1 и π_4 отличны от нуля и $\pi_1 + \pi_4 = 1$, остальные $\pi_j = 0$. Тогда интегральная функция распределения времени до деактивации при достижении b примет вид:

$$F_W(x; b) = \pi_1 F_W(X; 1, b) + \pi_4 F_W(x; 4, b), \tag{31}$$

А распределение W_b становится бимодальным.

Из таблицы получим при $n = 32$: $\widehat{m}_n = 43.5, \hat{\sigma}_n^2 = 252.968,$ где $\frac{\widehat{m}_n}{\hat{\sigma}_n^2} = 2.735.$

Где $\widehat{m}_n$ среднее(мат. ожидание) и $\hat{\sigma}_n^2$ дисперсия

$$\widehat{m}_n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j$$

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - \widehat{m}_n\right)^2.$$

По сглаженной функции распределения получаем оценку параметров (π_1, π_k) $\pi_1 = 0.824$, $\pi_k = 0.176$. Далее рассмотрим подробное решение данного примера.

Возьмем производную левой и правой части уравнения (31) по W и, приравняем ее к нулю, получим

$$\pi_1 F'_W(x;1,b) + \pi_4 F'_W(x;4,b) = 0.$$

Однако $F'_W \geq 0$, поэтому должно выполняться условие

$$F'_W(x;1,b) = F'_W(x;k,b) = 0.$$

Поскольку $F_W(x;k,b)$ достигает единицы раньше, чем $F_W(x;1,b)$, то x' определяется уравнением $F_W(x';1,b) = 0$, $F_W(x';k,b) = 1$ и, следовательно $F_W(x';\ b) = \pi_k$. Второе слагаемое в первой части равенства (31) обуславливает первый подъем графика функции распределения. До первого подъема кривой слишком мало точек, что не позволяет оценить среднее и дисперсию интегральной функции распределения $F_W(x;k,b)$. Вместо этого используем участок функции распределения до первого подъема, получим в качестве оценки среднего число 14.4, и с помощью значения тангенса угла наклона касательной к кривой в средней точке, которое дает значение отношения $\frac{\widehat{m}_n}{\hat{\sigma}_n^2} = 4.25$. Поэтому для $F_W(x;k,b)$ берем среднее, равное 14.4, и дисперсию равную 11,48.

$W_{k,b}$ обозначает время перехода из состояния k в состояние b, а его интегральная функция распределения $W_{k,b}$ есть $F_W(x;k,b)$. Отсюда получаем формулы для среднего и дисперсии:

$$E\left(W_{k,b}\right) = (b-k)(1+r_2), \qquad varW_{k,b} = (b-k)r_2(1+r_2).$$

Тогда из равенств

$$14.4 = (b-k)(1+r_2), \qquad 11.48 = (b-k)r_2(1+r_2)$$

находим, что

$$(b-k) = 8, \qquad r_2 = 0.8. \tag{32}$$

Получим уравнения

$$E(W_b) = \pi_1 E\left(W_{1,b}\right) + \pi_k E\left(W_{k,b}\right), \qquad E(W_b^2) = \pi_1 E\left(W_{1,b}^2\right) + \pi_k E\left(W_{k,b}^2\right). \tag{33}$$

Подставим вычисленные значения $\widehat{m}_n$ и $\hat{\sigma}_n^2$ получим

$$E(W_b) = 43.5, \qquad E(W_b^2) = 252.968 + (43.5)^2 = 2145.22,$$

$$E(W_{k,b}) = 14.4, \qquad E(W_{k,b}^2) = 11.48 + (14.4)^2 = 218.84.$$

Подставим эти значения в (33) получим

$$E(W_{1,b}) = 49.72, \qquad E(W_{1,b}^2) = 2556.68, \qquad varW_{1,b} = 85.04. \tag{34}$$

Теперь

$$\begin{gathered} E(W_{1,b}) = (k-1)(1+r_1) + (b-k)(1+r_2) = 49.72, \\ varW_{1,b} = (k-1)r_1(1+r_1) + (b-k)r_2(1+r_2) = 85.04. \end{gathered} \tag{35}$$

Подставляя в эти равенства (32) и (34), получим два уравнения с двумя неизвестными. Ближайшее значение для $(k-1)$ и значение r равны 11 и 2.159 соответственно, что дает среднее, равное 49.15, и дисперсию, равную $86{,}50$. Следовательно, P определяется параметрами

$$r_j = \begin{cases} 2.159, & j = 1, \dots, 11 \\ 0.8, & j = 12, \dots, 19 \end{cases}$$

При $\pi_1 = 0.824$, $\pi_{12} = 0.176, b - 1 = 19$ и $\varrho_b = 1$. На (рис. 11) изображены функция распределения и интегральная функция распределения, полученные из модели. Для данного числа повторения геополитического мероприятия совпадение отличное. Легкий изгиб (негоризонтальный участок) функции распределения вблизи ординаты, равной 0.8, можно учесть, взяв третье значение $\pi \neq 0$.

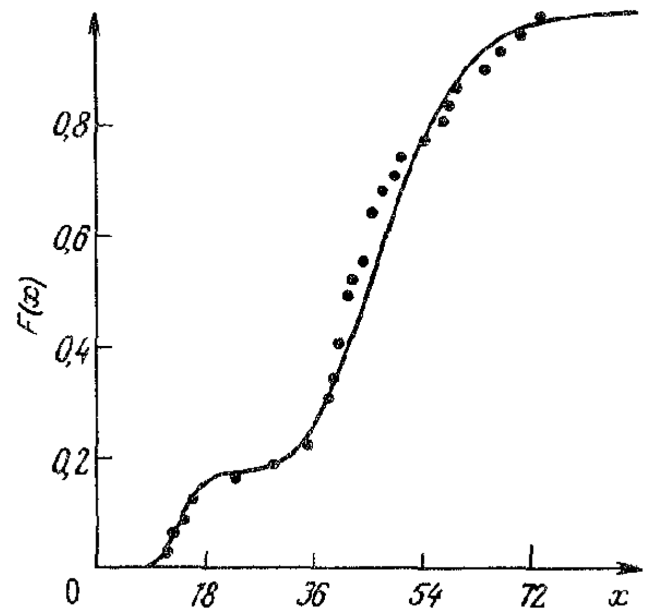

Рис. 11. Функция распределения длительности функционирования геополитического актора (точки) и интегральная функция распределения.

Из выражения (35) видно, что при отсутствии разброса начального снижения эффективности среднее (мат. ожидание) и дисперсия времени до деактивации становятся равными соответственно 49.72 и 85.04. Это дает отношение $\frac{\widehat{m}_n}{\widehat{\sigma}_n^2} = 5.39$.

Главной идеей этого примера была демонстрация того, что модель кумулятивного снижения эффективности воздействия на партнера способна оценивать качество исходных данных. Так же для упрощения модель с $\pi_1 \neq 1$ и $\varrho_b = 1$ можно преобразовать в модель с $\pi_1 = \varrho_b = 1$ и $r = r_j = const$, где начальный разброс уровней снижения эффективности отсутствует.

Глава 7. Выводы

В рамках данной работы была построена модель экстраординарного мероприятия, на основании которой была достигнута основная цель работы и построена стохастическая модель кумулятивного снижения эффективности воздействия с единичным шагом понижения эффективности воздействия геополитического мероприятия при наличии экстраординарного мероприятия, проводимого партнером, позволяющая оценить риски геополитического мероприятия и кумулятивное снижение эффективности геополитических мероприятий. Конечной целью выполненного анализа является приложение модели к важной проблеме описания и анализа данных по устойчивости геополитического мероприятия к воздействию на него партнера.

Список литературы

1. Шишкина Н. Е., Щесняк Е. Л., Карпусь Н. П. Анализ и оценка рисков в деятельности металлургических компаний России / Вестник РУДН, серия экономика, 2012.
2. Диммиева А. Р. Актуальность оценки рисков развития производственных приедприятий / Международный научный журнал «Символ науки», Казань, 2016.
3. Грабовой П. Г., Петрова С. Н., Полтавцев С. И. и др. Риски в современном бизнесе. – М., 1994.
4. Kerzner H. Project Management: A system approach to planning, scheduling, and controlling, New York, NY, USA, 2005.
5. Кельберт М. Я., Сухов Ю. М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. М.: МЦНМО, 2010.
6. Зорин А. В., Зорин В. А., Пройдакова Е. В., Федоткин М. А. Введение в общие цепи Маркова / Учебно-методическое пособие, Нижний Новгород, 2013. – 51 с.
7. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Изд. Айрис-Пресс, 2002.
8. Хазанова Л.Э. Математические методы в экономике. Учебное пособие. М.: Изд. БЕК, 2002.
9. Кефели И.Ф., Малафеев О.А. Математические начала глобальной геополитики СПб.: Политехнический университет, 2013.
10. Вентцель Е.С., Теория вероятности, «Наука», 1964.
11. Бергстром А. Построение и применение экономических моделей. М.: Прогресс, 1970. 176 с.
12. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер. М.: Наука, 1977. 351 с.
13. Бондарева О. Н. Новый подход к бескоалиционным играм // Исследование операций и статистическое моделирование. Л.: Изд-во ЛГУ, 1974. С. 63–67.
14. Буре В. М., Малафеев О. А. Согласованные стратегии в повторяющихся конечных играх *n*-лиц // Вестник СПбГУ. 1995. Сер. 1, Вып. 1, С. 120–122.
15. Воробьев Н. Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. М.: Наука, 1984. 469 с.
16. Зубов В. И., Петросян Л. А. Математические методы в планировании. Л.: Изд-во ЛГУ, 1982. 112 с.
17. Красносельский М. А., Забрейко П. П. Геометрические методы нелинейного анализа. М.: Наука, 1975. 511 с.
18. Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 1980. 575 с.
19. Кун В.В. Математические основы теории надежности Л., 1977
20. Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории массового обслуживания-Машиностроение (1969)
21. Чжун К. Однородные цепи Маркова. М.: Мир, 1964.

22. Abreu D., Milgrom P., Pearce D. Information and timing in repeated partnership // Econometrica. 1991. Vol. 59, №6. P. 1713–1733.
23. Bure V. M., Malafeyev O. A. Some game-theoretical models of conflict in finance // NOVA J. math., game theory and algebra. 1996. Vol. 6, №1. P. 7–15.
24. Климов Г.П. Теория вероятности и математическая статистика. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1983. – 328 с.
25. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевкопляс Е.В. Теория игр. СПб. БХВ-Петербург, 2012.
26. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А, Теория игр. –М.: Высш.шк., Книжный дом «Университет», –1998г.
27. Соложенцев Е. Д. Сценарное логико-вероятностное управление риском, СПб.: «Бизнес-пресса», 2004.
28. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, Издательство «Мир» 1964г.
29. Применение теории игр в военном деле. Изд-во «Советское радио», 1961.
30. Bogdanoff J.L., Kozin F. Probabilistic models of cumulative damage, Wiley-Intersience, New York 1985.
31. Barlow R.E., Proschan F., Mathematical theory of reliability, Wiley 1965.
32. Barlow R.E., Proschan F., Statistical theory of reliability and lifetesting, Holt, Rinehart & Winston 1975.
33. Gnedenko B.V., Belyaev Yu.K., Solov'ev A.D., Mathematical methods of reliability theory, Acad. Press 1969.
34. Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. Изд-во «Советское радио», 1962.
35. Parzen E., Stochastic processes, Holden-Day, San-Francisco, 1968.
36. Gertsbakh I.B., Statistical reliability theory, Marcel Dekker, New York 1989.
37. Буш Р., Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости. Физматгиз, 1962.
38. Fisz M., Probability theory and mathematical statistics, 3rd ed., Wiley, New York, 1963.
39. Cox D.R., Miller H.D., The theory of stochastic processes, Methuen, London, 1965.
40. Ибрагимов И. А. Некоторые предельные теоремы для стационарных процессов. «Теория вероятности м ее применения», 1962, вып. 4.
41. Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание. Теория и приложения, изд-во «Мир», 1965.
42. Дрешер М., Стратегические игры, Изд-во «Советское радио» 1961.